УДК 62.50

[1]**С.В. Павлова,** д.т.н., доц.
[2]**В.В. Павлов,** д.т.н., проф.
[3]**В.І. Чепіженко,** к.т.н., с.н.с.

СИСТЕМНИЙ МЕТОД ІМЕРСУВАННЯ ТА ВІРТУАЛІЗАЦІЇ «МІРНИХ» СИСТЕМ У РЕАЛЬНИЙ ПРОЦЕС

[1,3]Національний авіаційний університет
[2]Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій і систем НАН України
[1]E-mail: psv@nau.edu.ua
[2]E-mail: chiv@nau.edu.ua
[3]E-mail: vpavlov@nau.edu.ua

Запропоновано системний метод імерсування та віртуалізації «мірних» систем в реальний динамічний процес як процедуру утворення вкладених віртуальних систем, визначених на погоджено-орієнтованих прямокутних n-вимірних паралелепіпедах.

Ключові слова: віртуалізація, віртуальний «мірний» процес, імерсія, складна нелінійна динамічна система.

Постановка проблеми

Сьогодні є нагальною проблема аналізу та синтезу складних керованих систем, до яких відносяться істотно нелінійні динамічні системи, розглянуті в роботах [1; 2].

Розгляд цієї проблеми приводить до необхідності розробки ефективних методів аналізу та синтезу керованих систем з доцільною динамічною поведінкою, що забезпечує досягнення корисного гарантованого результату.

У роботі [1] запропоновано метод розв’язання задачі «якості», необхідної для синтезу управління нелінійними динамічними системами у «великому».

У роботі [2] введено для вимірювання з середини області керованого стану системи безінерційну та інерційну міру, які дозволяють повністю використовувати ресурс $p = \pm 1$.

Мета роботи – розробка системного методу імерсування та віртуалізації «мірних» систем у реальний процес.

Віртуальні керовані процеси реальної динаміки нелінійного об’єкта

За своїми властивостями динамічні нелінійні процеси, що описуються в роботі [1] диференціальними рівняннями, нерегулярні внаслідок дії неконтрольованого зовнішнього збурювання $v \in V$ на динаміку об’єкта.

Розглянемо поняття віртуального керованого процесу системи, наведеної в роботі [1].

Визначення. Якщо існує такий регулярний процес, який зображується логіко-динамічною системою рівнянь

$$\frac{d^{m_i} x_i}{dt^{m_i}} = p_i \, , x \in Q_{x_i}^{\square} \, ,$$

$$p_i \in P_i^{\square} , \; i = (1, \ldots, n) \, , \tag{1}$$

де $m_i = 1$ для зображення безінерційної міри у формі диференціального рівняння 1-го порядку [1];

$m_i = 2$ для інерційної міри у формі диференціального рівняння 2-го порядку [1];

$Q_x^{\square} = \bigcup_{j \in J} Q_x^{\square(j)}$ – зв’язна область R_x^n, $j \in J$;

$$P^{\square} = \bigcup_{j \in J} P^{\square(j)} \tag{2}$$

$$p_i \in P_i^{\square(j)} \text{, якщо } x_i \in Q_{x_i}^{\square(j)} ; \tag{3}$$

$Q_{x_i}^{\square(j)}$, $P_i^{\square(j)}$ – «прямокутні» області в R_x^n і P_i^n, які задають j-ситуативні простори конусів:

$Q_{x_i p}^{\square(J)} = \bigcup_{i \in J} (Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)})$ для всіх $j \in J$,

що він може бути занурений у реальний процес так, що простір конусів $(Q_{x_i}^{\square(j)} \times P_i^{\square(j)})$ системи (1) стійко виділяється в реальному просторі конуса $Q_{xF}(v)$, $v \in V$ системи, з класу істотно нелінійних динамічних систем, наведеної в роботі [1]:

$$Q^{\square}_{x_i p} = (Q^{\square}_{x_i} \times P^{\square}_i) \bigcap Q_{xF}(v) = (Q^{\square}_{x_i} \times P^{\square}_i) \quad (4)$$

для всіх $v \in V$,то такий процес (1) є віртуальним регулярним динамічним процесом.

Прямокутні n-вимірні паралелепіпеди $Q^{\square}_x$ і $P^{\square}$ орієнтуються в просторах R^n_x і R^m_p так, що їхні ребра й осі координат просторів R^n_x і R^m_p є взаємно паралельними.

Наслідок 1. Умова (4) задовольняється, якщо

$$Q^{\square}_{x_i p} = (Q^{\square}_{x_i} \times P^{\square}_i) \subset \operatorname*{inv}_{v \in V} Q_{xF}(v) = \bigcap_{v \in V} Q_{xF}(v). \quad (5)$$

Наслідок 2. Оптимальна вкладеність $(Q^{\square}_{x_i} \times P^{\square}_i)$ у Q_{xF} може розумітися як процес апроксимації Q_{xF} системою прямокутних просторів (рис. 1).

Процедура занурення та віртуалізації «мірних» систем у реальний процес

Нехай задана множина J, що визначає структури $Q^{\square}_{xP} = (Q^{\square}_x \times P^{\square})$ «мірної» системи. Зануримо систему (1), (2), (3) у вихідний реальний процес. Процедура занурення $Q^{\square}_{x_i P}$ в $\operatorname*{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$ як процес виміру «мірними» областями $Q^{\square}_{x_i P}$ вимагає послідовного призначення множини J, яка спочатку складається з одного елемента $j = 1$ до деякої величини, що задовольняє за своєю складністю розроблювача синтезованої системи (j – порядковий номер області $Q^{\square(j)}_{xP}$).

Вкладення J-структури в $Q^{\square(j)}_{xP}$ вимагає її деформації (стиску, розширення) розмірів спочатку апріорі заданої «мірної» області $(Q^{\square(J)}_{x_i} \times P^{\square(J)}_i)$ і зрушення її та її складових таким чином, щоб вона була не тільки занурена цілком в $\operatorname*{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$, але максимально заповнювала область $\operatorname*{inv}_{v \in V} Q_{x_i F}$ і була зв'язною (рис. 2).

У випадку повного занурення «мірної» системи (1), (2), (3) у вихідну систему [1] згідно з виразом (5) вона стає віртуальною системою об'єкта за умови, що існує інваріантне за V відображення, що задається оператором [3]:

$$U \xrightarrow{\mathfrak{F}} P \quad (6)$$

$$\mathfrak{F}(x,u,v) = p \,,\; u \in U \,,\; v \in V \,, \quad (7)$$

де $\mathfrak{F}$ – права частина системи рівнянь об'єкта, наведеної в роботі [1];

p – права частина «мірної» системи (1).

Оператор (7), що погоджує реальну та «мірну» системи, являє собою рівняння абсолютної інваріантності для істотно нелінійних систем [3].

Процес показано на рис. 2.

Області $Q^{\square}_x$ й $P^{\square}$ за змістом їхнього введення будемо називати відповідно віртуальною областю станів $Q^{\square}_x$ і віртуальною областю керувань $P^{\square}$ функціонального віртуального процесу (1).

Об'єкт (1) за змістом введення віртуального керуючого впливу (7) є віртуальним об'єктом, вкладеним у вихідний реальний процес.

Твердження. Якщо існує таке розширення системи

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F(x, \frac{dx}{dt}, u, v)\,;$$

$$u \in U \,, v \in V \,, \left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}\,;$$

$$u = (u_1, \ldots, u_n)\,; v = (v_1, \ldots, v_k)\,;$$

$$x = (x_1, \ldots, x_n)\,,$$

що утворює комплекс

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F(x, \frac{dx}{dt}, u, v)\,;$$

$$u \in U \,, v \in V \,;$$

$$u = F^{-1}(x, \frac{dx}{dt}, u, v)\,;$$

$$\left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q^{\square}_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}\,,\; p \in P^{\square}\,;$$

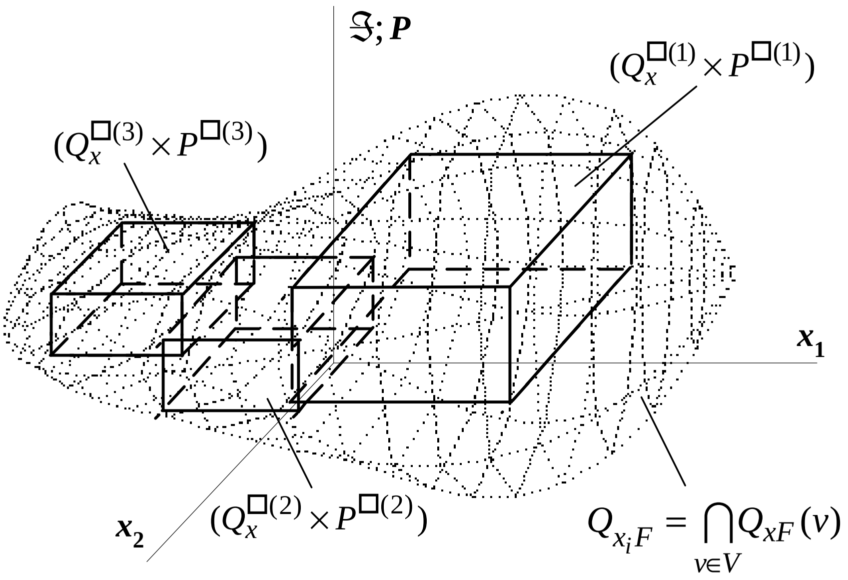
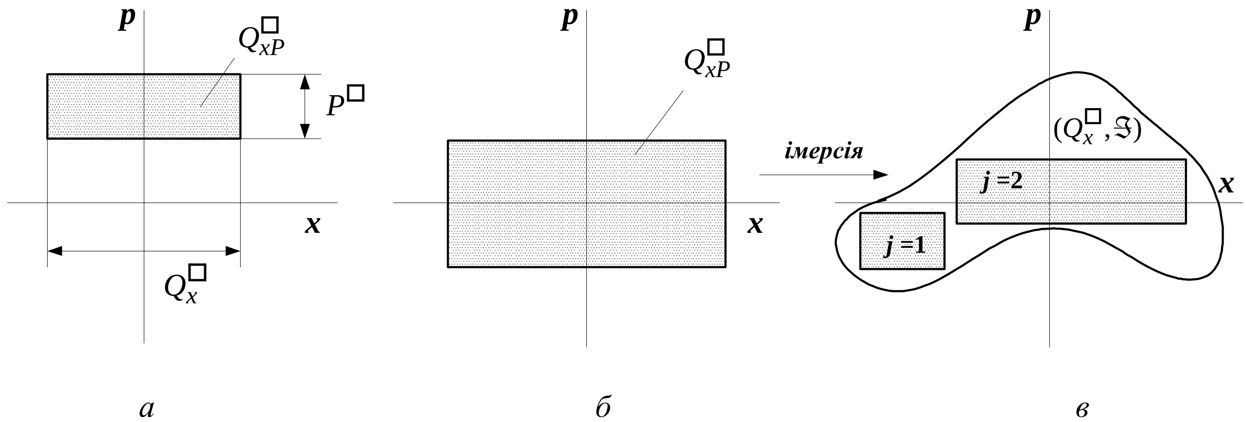


Рис. 1. Апроксимація простору $\Im, Q_x$ конусів системи простором станів конусів $Q_x^{\square}, P^{\square}$ віртуального процесу



а *б* *в*

Рис. 2. Процедура утворення віртуальних $\frac{dx}{dt} = p$ систем:

а – несиметричний абстрактно заданий «мірний» процес в $Q_{xP}^{\square}$;

б – симетричний абстрактно заданий «мірний» процес в $Q_{xP}^{\square}$;

в – віртуальні занурені в $(Q_x^{\square}, \Im)$ процеси (відповідно $j = 1$, $j = 2$)

$$p = (p_1, \ldots, p_n) \in P^{\square} = (P_1 \times P_2 \times \ldots \times P_n)\,;$$

$$\left(x, \frac{dx}{dt}\right) =$$

$$= \left(\left(x_1, \frac{dx_1}{dt}\right), \left(x_2, \frac{dx_2}{dt}\right), \ldots, \left(x_n, \frac{dx_n}{dt}\right) \right) \in Q^{\square}_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)} =$$

$$= (Q^{\square}_{\left(x_1, \frac{dx_1}{dt}\right)} \times Q^{\square}_{\left(x_2, \frac{dx_2}{dt}\right)} \times \ldots \times Q^{\square}_{\left(x_n, \frac{dx_n}{dt}\right)}) \subset Q_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}, \qquad (8)$$

що F^{-1} є оберненим оператором

$$u = F^{-1}(x, \frac{dx}{dt}, u, v)\,, u \in U\,;$$

$$v \in V\,, \left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q^{\square}_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)},\ \ p \in P^{\square}$$

інваріантного перетворення (6) над (8) [3]

$$p = F(x, \frac{dx}{dt}, u, v)\,,$$

то система

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = p\,;$$

$$\left(x, \frac{dx}{dt}\right) \in Q^{\square}_{\left(x, \frac{dx}{dt}\right)}\,;$$

$$p \in P^{\square}$$

є віртуальною динамічною системою.

Розглянемо властивості віртуальних процесів (1).

1. Функціонально віртуальний об’єкт «вкладений» (імерсований) у вихідний процес.

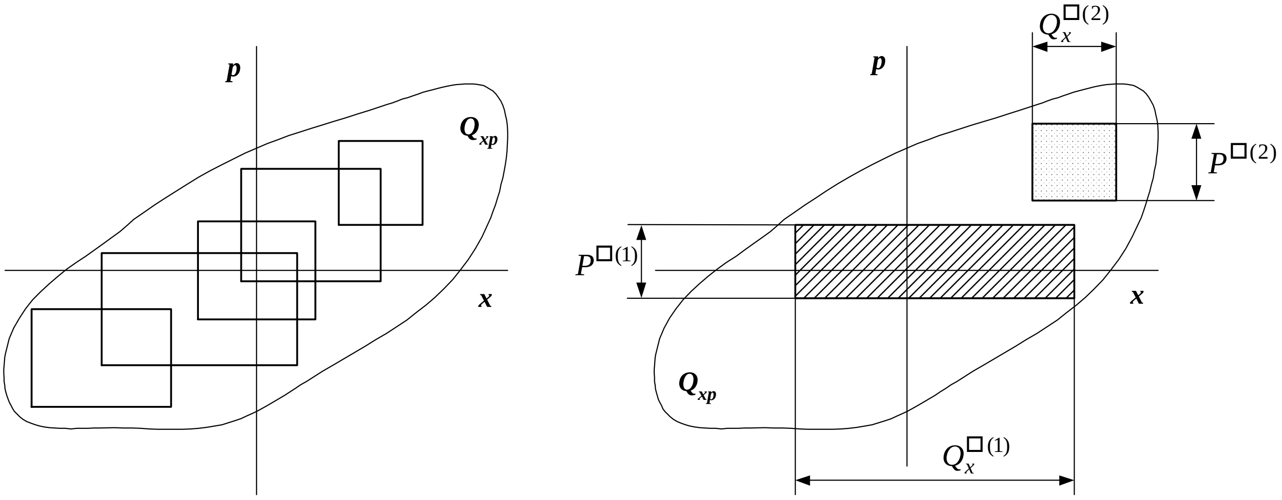
2. Віртуальний процес є максимально редуцированою формою керованих інваріантних і автономних процесів за відхиленням до зовнішніх і внутрішніх збурень системи.

3. Віртуальний процес, визначений у формі (1), є регулярною частиною загальних процесів, що притаманні класу істотних нелінійних динамічних систем [1]. Він «алгоритмічно відкритий» за відношенням свободи вибору стратегій керування об’єктом (стабілізація, траєкторний рух, термінальне керування, ігрове керування й т.п.).

4. Області $Q_x^{\square}$ і $P^{\square}$ є вкладеннями (імерсією) системи інваріантних «прямокутників» в область $Q_x^{\square} \subset R_x^n$.

Варіанти вкладення $Q_x^{\square} \times P^{\square}$ в Q_{xp}, де Q_{xp} відображення множини (U, V) в простір конусів (X, P), показано на рис. 3.

5. Віртуальний об’єкт – це лінійний об’єкт із постійними коефіцієнтами.



а *б*

Рис. 3. Варіанти вкладення $Q_x^{\square} \times P^{\square}$ в Q_{xp}:

а – зв’язне зображення області;
б – незв’язне зображення області

6. Віртуальні об'єкти залежно від властивостей множини $P^{\square}$, визначених на її станах $Q_x^{\square}$ за необхідності, відносяться до трьох класів потенційно керованих систем:

– якщо

$$P^{\square} > 0 \tag{9}$$

над $Q_x^{\square}$, то одностороння керованість («праворуч»);

– якщо

$$P^{\square} < 0 \tag{10}$$

над $Q_x^{\square}$, то одностороння керованість («ліворуч»);

– якщо

$$P^{\square} \gtrless 0, \tag{11}$$

тобто $(p = 0) \in P^{\square}$ над $Q_x^{\square}$, то повна («ліворуч та праворуч») потенційна керованість.

Далі будемо позначати області $Q_x^{\square}$ додатковим знаком, $Q_x^{\square+}$, $Q_x^{\square-}$, $Q_x^{\square c}$ відповідно до виразів (9), (10), (11).

7. Співвідношення (9) і (10) визначають віртуальну систему (1) як право- і лівосторонні шунти (Sh_r, Sh_l) у топології просторів станів Q_x.

Вибір віртуальних об'єктів для процесу виміру області $Q_x^{\text{кс}}$ у «великому»

Для виміру області повної керованості $Q_x^{\text{кс}}$ нелінійно динамічної вихідної системи [1] за умови, що траєкторія поводження системи при керуючім впливі u не виходить за область обмежень на стан системи при керованому русі системи з початкової точки в кінцеву, використовується додатково віртуальна система третього класу (11).

У випадку «мірного» об'єкта (1), якщо $m_i = 1$, умова (11) є необхідною й достатньою умовою для віднесення $Q_x^{\square}$ до області повного керованого стану як утворена щільною контактною множиною циклів $O(x, p)$ повнорозмірних і вироджених (сплющених) циклів для всіх $p \in P$.

Цикли, що «зафарбовують», є або прямокутниками (у повнорозмірному випадку), або прямими лініями двостороннього руху у виродженому випадку (рис. 4) і заповнюють собою всю область $Q_x^{\square}$.

Для $m_i = 1$:

$$Q_x^{\square} = Q_x^{\text{ус}} = M\{O(p), \forall p \in P^{\square}\}.$$

Для $m_i = 2$ умова (11) є лише необхідною умовою для побудови області $Q_x^{\square}$ повної керованості. Достатні умови задаються вимогою

$$M\{O(x, p, b), \forall p \in P^{\square}\} \bigcap Q_x^{\square} =$$
$$= M_{\text{кс}}\{O(x, p, b), \forall p \in P^{\square}\},$$

де $M_{\text{кс}}$ – множина всіх цілих оптимальних циклів $O(x, p, b)$, що заповнюють область $Q_x^{\square}$ (рис. 5) для різних значень $p \in P$ за величинами p, які відповідають як різним значенням керуючих впливів, так і різним значенням $c_i = b$, що позиціонують цикли в $Q_x^{\square}$.

Висновки

Уведено поняття віртуального регулярного динамічного процесу та розроблено системний метод імерсування та віртуалізації «мірних» систем у реальный процесс, що розв'язує задачу утворення віртуальних систем і задає умови, за яких віртуальний об'єкт становиться системою, що вимірює область повністю керованого стану.

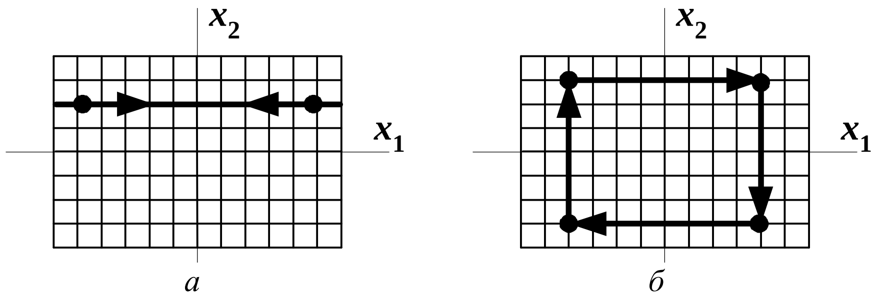


Рис. 4. Цикли віртуальних систем третього класу:
а – сплющений (вироджений) цикл;
б – повнорозмірний (невироджений) цикл

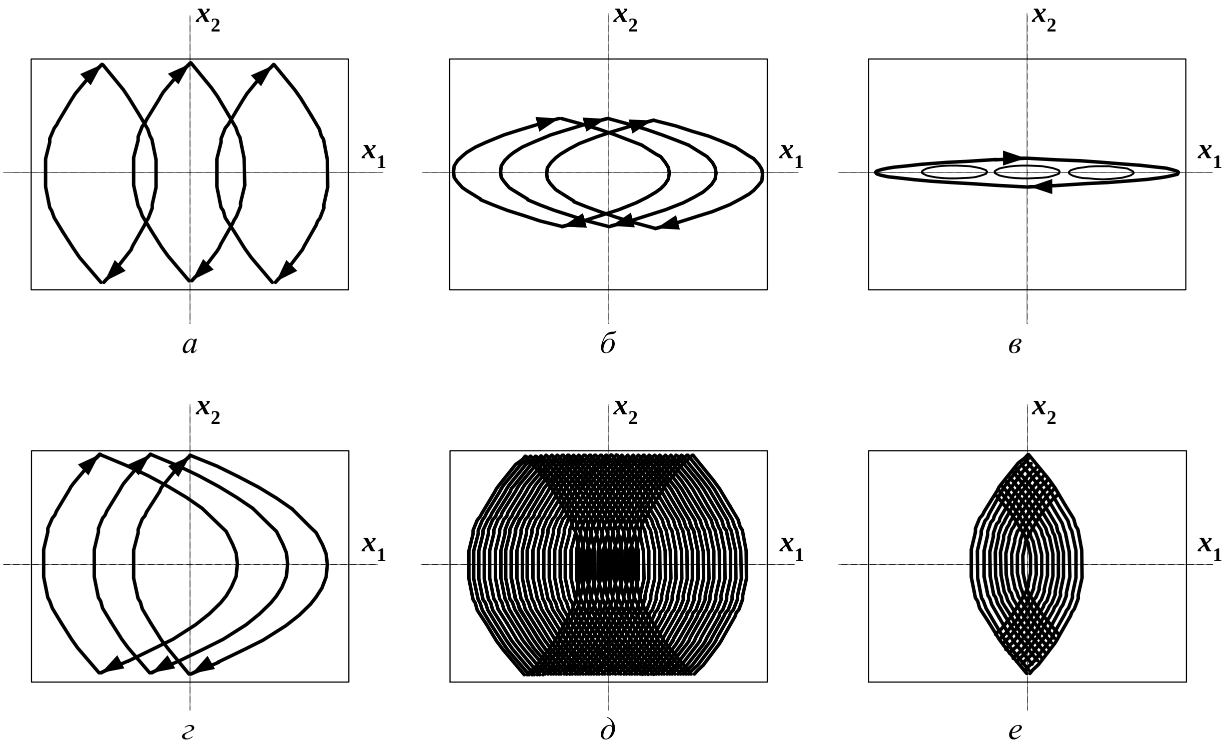


Рис. 5. Цикли O оптимальних траєкторій віртуальних систем при різних за модулем p і стратегіями побудови O:
а, б, в – симетричні цикли;
г – несиметричні цикли;
д, е – вид гомогених (однорідних) $Q_x^{ус}$ областей віртуальних систем

Література

1. *Павлова С.В.* Метод синтезу «якості» завдання керування складною нелінійною динамічною системою у «великому»/ С.В. Павлова, В.В. Павлов, В.І. Чепіженко // Вісник НАУ. –2011. – №1. – С. 18–23.

2. *Павлова С.В.* Метод гарантованої оцінки області повністю керованого стану складної нелінійної динамічної системи/ С.В. Павлова, В.В. Павлов, В.І. Чепіженко // Вісник НАУ. –2011. – №2. – С. 27–32.

3. *Павлов В.В.* Начала теории эргатических систем. – К.: Наукова думка, 1975. – 240 с.

Стаття надійшла до редакції 04.11.2011.